

Nur für den Dienstgebrauch

NUMERISCHE BERECHNUNGSVERFAHREN ZUR UNTERSUCHUNG  
DES FUNKTIONS- UND VERSCHLEISSVERHALTENS VON  
REIBPAARUNGEN AN KFZ-SCHEIBENBREMSEN

Eingereicht als Dissertation A zur Erlangung des  
akademischen Grades

Doktor - Ingenieur  
(Dr.-Ing.)

Dem Wissenschaftlichen Rat der Ingenieur-Hochschule  
Zwickau vorgelegt von

Dipl.-Ing. Stefan M ü l l e r

Eingereicht am: 30.05.1985

Verteidigt am: 12.12.1985

Betreuer : Doz.Dr.sc.techn. E. Drechsel (IH Zwickau)

Gutachter : Prof.Dr.sc.techn. J. Gräfenstein (HfV)  
Doz.Dr.sc.techn. E. Drechsel (IH Zwickau)  
Dr. rer.nat. U. Löbel (VEB Bremshydraulik  
Limbach-Oberfrohna)

Müller Stefan  
420 2. 02266

Autorreferat zur Dissertation A

"Numerische Berechnungsverfahren zur Untersuchung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Reibpaarungen an Kfz-Scheibenbremsen"

Reibpaarungen an Scheibenbremsen sind unterschiedlichen Belastungen und Einflüssen (wie Flächenpressung, Temperatur, Gleitgeschwindigkeit und Umwelteinflüsse) unterworfen. Insbesondere die Belastungen durch Temperaturen, Flächenpressungen und Gleitgeschwindigkeiten treten zeitlich und örtlich differenziert an der Reibfläche auf und verursachen erhebliche Schwankungen des Verhältnisses zwischen eingeleiteter Zuspännkraft und erzeugtem Bremsmoment. Das Verschleißverhalten der Reibflächen des Bremsbelages und der -scheibe wird außerdem noch wesentlich durch die geometrische Form des Bremsbelages beeinflusst.

Ein Programmsystem auf der Basis der Serie der programmierbaren Kleinstrechner K 1002 und K 1003 ermöglicht die Berechnung der zur Beurteilung des Verschleiß- und Funktionsverhaltens notwendigen Kenngrößen. Aufgrund der begrenzten Speicherkapazität der verwendeten Rechner ist allerdings eine Berücksichtigung der Reibkräfte und der Abstützstellen des Belagklotzes sowie eine dynamische Berechnung der partiellen Reibungszahlen nicht möglich.

Ein weiteres Programmpaket auf der Basis der Programmiersprache FORTRAN 4200 (Rechner KRS 4201) ermöglicht die Simulation von Dauerbrems- und Fadingsprüfungen. Dabei werden Temperaturberechnungen, Veränderungen der partiellen Reibungszahlen und die an den Bremsklotzabstützstellen wirkenden Reibkräfte berücksichtigt.

Thesen zur Dissertation A

"Numerische Berechnungsverfahren zur Untersuchung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Bremsreibpaarungen an Kfz-Scheibenbremsen"

vorgelegt von Dipl.-Ing. Stefan Müller

---

1. Numerische Berechnungsverfahren zur Untersuchung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Scheibenbremsenreibpaarungen ermöglichen erstmalig, Belastungskenngrößen an Bremsreibpaarungen annähernd zu ermitteln, die messtechnisch nur mit großem Aufwand oder überhaupt nicht erfaßt werden können.
2. Die allgemeine Berechnungsgleichung zur Ermittlung des Bremsmoments an Scheibenbremsen
 
$$M_R = 2 \cdot \mu_B \cdot F_S \cdot r_m$$
 weist eine große Ungenauigkeit auf, da über der Reibfläche die wichtigsten Einflußgrößen Flächenpressung, Temperatur und Reibgeschwindigkeit örtlich und zeitlich differieren und demzufolge eine Reibungszahl und ein mittlerer Reibradius, bezogen auf die Gesamtreibfläche, nicht exakt definierbar sind.
3. Eine Bewertung bzw. Berechnung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Scheibenbremsenreibpaarungen setzt die Ermittlung der partiellen Flächenpressungen, partiellen Temperaturen, partiellen Reibgeschwindigkeiten und partiellen Reibungszahlen voraus.
4. Eine analytische Darstellung der Verteilung der partiellen Flächenpressungen erweist sich als ungeeignet, da damit eine Berücksichtigung geometrisch unregelmäßiger Belagreibflächenkonturen kaum möglich ist.

5. Mit einer numerischen Darstellung der Verteilung der partiellen Flächenpressungen gelingt es, gute Voraussetzungen für eine rationelle rechentechnische Bearbeitung zu schaffen.
6. Die Berücksichtigung der Bremsbelagsymmetrie und die Verwendung von kreisringförmigen Flächenelementen gestattet eine rationelle Zerlegung der Bremsreibfläche in eine große Anzahl Flächenelemente (50) bei einer kleinen Anzahl Eingabekenngrößen (25) und Speicherplätzen.
7. Wird die Flächenpressungsverteilung angenähert in Form von Ebenengleichungen dargestellt, dann ergeben sich einfache auf linearen Gleichungen basierende Lösungen, deren wichtigste Bestandteile, die Doppelsummen, rechentechnisch rationell bearbeitet werden können.
8. Durch die Einteilung der Belagfläche in Belagsektoren  $i$ , innerhalb derer die Flächeninhalte der Flächenelemente, die Reibradien und die Reibungszahlen konstant gesetzt werden, so daß neben einer deutlichen Vereinfachung der Doppelsummen auch eine einfachere Berechnung der Reibmomente und Reibleistungen möglich wird, ist die Lösung des Gesamtproblems mit beherrschbarem Rechenaufwand möglich.
9. Die numerischen Lösungswege zur Ermittlung der Bremsklotzabstützkraft  $F_{A2_y}$  und der Zuspannkraftangriffspunktverschiebungen unter Berücksichtigung einer gleichmäßigen Reibleistungsverteilung über der Belagreibfläche liefern dem Konstrukteur wesentliche Informationen zur Anordnung der Bremsklotzabstützstellen bzw. des Bremszylinders. Die Zuspannkraft  $F_{A2_y}$  gibt zum Beispiel an, ob die beiden Hauptabstützstellen gleichmäßig belastet werden ( $F_{A2_y} \approx F_F / 2$ ) oder ob sich der Brems-

klotz im Sattel verklemmt ( $F_{A2y} < 0$ ). Die Spann-  
kraftverschiebungen ermöglichen Aussagen darüber,  
ob die Lage der Zylinderachse des Bremssattels gün-  
stig gewählt wurde ( $\Delta a$  und  $\Delta b$  minimieren).

10. Mängel der Verteilung der partiellen Flächenpressun-  
gen sind gut erkennbar, wenn die errechneten par-  
tiellen Flächenpressungen in ein maßstäblich der Be-  
lagreibflächenzerlegung entsprechendes Raster ein-  
getragen werden.
11. Die Verschleißkontur der Bremsscheibenreibfläche wird  
wesentlich durch den radialen Verlauf der auf die  
Scheibenreibfläche bezogenen spezifischen Reiblei-  
stung bestimmt, wie ein Vergleich gemessener Ver-  
schleißhöhen mit berechneten Reibleistungen zeigt.  
Durch Abschätzungen der Regressions- und Korrela-  
tionskoeffizienten wird dieser gesetzmäßige Zusam-  
menhang bestätigt.
12. Unter der Voraussetzung, daß die Verschleißgeschwin-  
digkeit proportional der Reibleistung ist, verschleißt  
ein Bremsbelag, der ursprünglich durch örtlich unter-  
schiedliche Reibleistungen beansprucht wird, soweit  
schräg, bis ein Verkanten der Führungselemente (z.B.  
Zuspannkolben im Zylinder) keinen weiteren Schräg-  
verschleiß zuläßt und sich dadurch eine gleichmäßi-  
ge Reibleistungsverteilung über der Belagreibfläche  
einstellt. Da sich damit auch die Verteilung der par-  
tiellen Flächenpressungen ändert, verschiebt sich der  
Angriffspunkt der Spannkraft, der immer im Flächen-  
schwerpunkt liegt. Durch die Spannkraftangriffs-  
punktverschiebung ändert sich die innere Übersetzung  
der Scheibenbremse.

13. Ist die zum Erreichen einer gleichmäßigen belagreibflächenbezogenen Reibleistungsverteilung notwendige Verschiebung des Zuspaukraftangriffspunktes an einem direkt vom Zuspaukolben beaufschlagten Bremsklotz größer als der Außenradius der Anlagefläche des Kolben am Bremsklotz, dann wird nach Verkanten des Zuspaukolbens im Zylinder keine gleichmäßige belagreibflächenbezogene Reibleistungsverteilung aufgebaut und der Schrägverschleiß des Bremsbelags setzt sich in verminderter Form fort, so daß der Bremsklotz auf der Anlagefläche des Kolbens kippt.
14. Bestimmt der Zuspaukolben den maximal möglichen Schrägverschleiß des Bremsbelags, dann wird die maximale Schrägstellung des Bremsklotzes durch die maximale Schrägstellung des Zuspaukolbens im Zylinder ( $\tan \alpha_K$ ) festgelegt, wenn Verformungen des Bremsattels vernachlässigt werden. Auf Grundlage der Zuspaukraftangriffspunktverschiebungsanteile  $\Delta a$  und  $\Delta b$  lassen sich der radiale und tangential Schrägverschleißanteil ermitteln.
15. Ein durch Schrägverschleiß hervorgerufenes Kippen des Zuspaukolbens im Zylinder verursacht infolge der Zuspaukraftangriffspunktverschiebung Abstützkräfte an den Berührungsstellen zwischen Kolben und Zylinderwandung. Die daraus resultierenden Reibkräfte führen zu einer Schwächung der Zuspaukraft und damit ebenfalls zu einer Änderung der Übersetzung der Scheibenbremse. Der Verlauf des Zuspaukraft-Kolbenkraft-Verhältnis  $F_S/F_K$  über der Nutzungsdauer ermöglicht eine Beurteilung der Bremsenreibpaarung hinsichtlich der zu erwartenden verschleißbedingten Übersetzungsänderungen.

16. Die an den Abstützstellen eines geschobenen Bremsklotzes auftretenden Reibkräfte sind der Zuspaukraft entgegengerichtet (Selbstschwächung), wenn der Bremsklotz an einer in Betrieb befindlichen Scheibenbremse bei Belastung durch die Zuspaukraft einfedert und die nach Gleichung 4.2.15 berechnete Reibungszahl positiv ist. Da diese Reibungszahl angenähert ermittelt wird, ist ein Unsicherheitsbereich zu berücksichtigen.
17. Eine näherungsweise Berücksichtigung der partiellen Verschleißdifferenzen und E-Module in den Ebenengleichungen ist möglich, wenn die partiellen Verschleißdifferenzen und E-Module schrittweise konstant gesetzt und die Abstützhöhen des Bremsklotzes näherungsweise aus drei ausgewählten partiellen Reibelaghöhen ermittelt werden.
18. Da die Vorzeichen der Abstützkräfte  $F_{A1_x}$ ,  $F_{A2_x}$  und  $F_{A3_x}$  durch die Koordinaten der Abstützstellen bestimmt werden, ist es notwendig, annähernd ermittelte Vorzeichenvariablen zu verwenden, die verhindern, daß in den Berechnungen negative Reibkräfte der Abstützstellen auftreten.
19. Werden die partiellen Verschleißhöhen und E-Module in den Berechnungen nicht benötigt, dann ergeben sich wesentlich einfachere Berechnungsgleichungen zur Darstellung der Flächenpressungsverteilung, die die partiellen Reibungszahlen und die Reibkräfte an den Abstützstellen ebenfalls berücksichtigen.
20. Da eigenentwickelte Temperaturberechnungsverfahren erlaubt im Gegensatz zu verfügbaren mehrdimensionalen Temperaturberechnungsprogrammen bei ausreichender Genauigkeit und Leistungsfähigkeit eine Integration in die Rechenprogramme zur Simulation des Funk-

tionsverhaltens von Scheibenbremsen, wobei die verfügbare Hauptspeicherkapazität der verwendeten EDV-Anlage ausreicht. Grundlage dieses Berechnungsverfahrens ist das Gleichgewicht der Wärmeströme der Volumenelemente, in die die Scheibenbremse und die angrenzenden Bauteile zerlegt werden.

21. Die aktuellen Reibungszahlen lassen sich am besten durch lineare Interpolationen aus einem versuchstechnisch ermittelten mehrdimensionalen Reibungszahlkennfeld ermitteln.
22. Die Realisierung der entwickelten Programmsysteme FVB2, FVB3 und FVB4 erfordert die Nutzung aller für die verwendete EDV-Anlage vorgesehenen programmtechnischen Maßnahmen zur effektiven Hauptspeichernutzung. Der modulare Aufbau der Programmsysteme ermöglicht die rationelle Nutzung gleicher Komponenten für verschiedene Programmsysteme. Diese Komponenten können auch für zukünftige neue Programmsysteme verwendet werden.
23. Die an den Bremsklotzabstützstellen wirkenden Reibkräfte beeinflussen das Funktionsverhalten der Bremsenreibpaarung erheblich. Neben einer direkten Schwächung der Zuspannkraft durch diese Reibkräfte ist auch die Schwächung durch die an den Abstützstellen zwischen Kolben und Zylinder wirkenden Reibkräfte nicht zu vernachlässigen. Die Anordnung der Abstützstellen wirkt sich nicht nur auf die Zuspannkraftverschiebung in tangentialer Richtung, sondern auch in radialer Richtung aus.
24. Die Auswertung der Berechnungen der Dauerbremsung und der ECE-Bremsprüfungen Typ 0 und Typ I ergeben, daß



die berechneten Maximaltemperaturen nur gering von den in den angegebenen Literaturstellen aufgeführten gemessenen Temperaturen abweichen. Für eine genaue Beurteilung der berechneten Temperaturverläufe sind allerdings Vergleiche mit unter konkreten Bedingungen versuchstechnisch ermittelten Temperaturverläufen notwendig.

## Inhaltsverzeichnis

<u>Gliederungspunkt</u>	<u>Seite</u>
Titelblatt	
Autorreferat	1
Thesen	2
Inhaltsverzeichnis	9
Kurzzeichenverzeichnis	13
0. Einleitung	33
1. Erläuterung und Abgrenzung der Problematik	34
2. Numerische Verfahren zur Bewertung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Scheibenbremsenreibpaarungen auf der Basis des programmierbaren Tischrechners K 1002	36
2.1. Voraussetzungen	36
2.2. Mathematische Grundlagen	37
2.2.1. Ermittlung der Flächenpressungsverteilung	37
2.2.1.1. Möglichkeiten einer analytischen Darstellung der Flächenpressungsverteilung	37
2.2.1.2. Numerische Darstellung der Flächenpressungsverteilung	42
2.2.2. Ermittlung des Reibmoments, des mittleren Reibradiuses und der integralen Reibungszahl	51
2.2.3. Ermittlung der das Verschleißverhalten der Scheibenbremsenreibpaarung beschreibenden spezifischen Belastungskenngrößen	52
2.2.4. Ermittlung der Hauptabstützkräfte am Bremsklotz und Verschiebung des Zuspaukraftangriffspunktes	54
2.3. Aufbau des Rechenprogramms	58
2.3.1. Gerätetechnische Voraussetzungen	58
2.3.2. Erläuterung des Rechenprogramms	58

		<u>Seite</u>	
3.	Bewertung der Reibpaarungsgeometrie einer ausgewählten Scheibenbremsenkonstruktion unter Anwendung des vorgestellten K 1002-Rechenprogramms	60	60
3.1.	Voraussetzung	60	60
3.2.	Eingabewerte und Berechnungsergebnisse	61	61
3.3.	Auswertung der Berechnungsergebnisse	62	62
3.3.1.	Verschleißprofil der Scheibenreibfläche	62	62
3.3.2.	Schrägverschleiß des Belages und Kippen des Zuspannkolbens	65	65
4.	Numerisches Verfahren zur Simulation des Funktionsverhaltens von Scheibenbremsenreibpaarungen unter Berücksichtigung der Erwärmung und der Reibungszahländerungen	70	70
4.1.	Voraussetzungen	70	70
4.2.	Untersuchungen zur Bestimmung der Wirkrichtungen der an den Abstützstellen der Bremsklötze entstehenden Reibkräfte	71	71
4.3.	Ermittlung der Flächenpressungsverteilung unter Berücksichtigung des Belagverschleißes und des E-Moduls	75	75
4.3.1.	Voraussetzungen	75	75
4.3.2.	Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen geschobenen Bremsklotz mit zwei Hauptabstützstellen	79	79
4.3.3.	Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen geschobenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	85	85
4.3.4.	Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen gezogenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	93	93

	<u>Seite</u>
4.4. Ermittlung der Flächenpressungsverteilung ohne Berücksichtigung des Belagverschleißes und des E-Moduls	100
4.4.1. Voraussetzungen	100
4.4.2. Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen geschobenen Bremsklotz mit zwei Hauptabstützstellen	102
4.4.3. Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen geschobenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	104
4.4.4. Ermittlung der Konstanten der Ebenengleichungen für einen gezogenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	106
4.5. Gleichmäßige Reibleistungsverteilung über der Belagreibfläche und Verschiebung der Koordinaten des Zuspannkraftangriffspunktes	108
4.5.1. Voraussetzungen	109
4.5.2. Gleichmäßige Reibleistungsverteilung und Zuspannkraftverschiebung an einem geschobenen Bremsklotz mit zwei Hauptabstützstellen	109
4.5.3. Gleichmäßige Reibleistungsverteilung und Zuspannkraftverschiebung an einem geschobenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	111
4.5.4. Gleichmäßige Reibleistungsverteilung und Zuspannkraftverschiebung an einem gezogenen Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle	113
4.6. Temperaturberechnung	115
4.6.1. Voraussetzungen	115
4.6.2. Beschreibung des eigenentwickelten numerischen Temperaturberechnungsverfahrens für Scheibenbremsen	116
4.7. Ermittlung der aktuellen Reibungszahlen	126
4.8. Ermittlung der aktuellen E-Module	133
4.9. Ermittlung der aktuellen partiellen Verschleißdifferenzen	134

	<u>Seite</u>	
5.	FORTRAN-4200 Programmsysteme zur Berechnung des Funktionsverhaltens von Scheibenbremsen	136
5.1.	Voraussetzungen	136
5.2.	Erläuterung der Unterprogramme	138
5.3.	Erläuterung der Hauptprogramme	141
6.	Berechnungsbeispiele zu den vorgestellten FORTRAN-Programmsystemen	147
6.1.	Voraussetzungen	147
6.2.	Beispielrechnungen zur Beurteilung der Belastungsverhältnisse ohne Temperaturberechnung und Reibungszahlwahl mit dem Programmsystem FVB 2	147
6.2.1.	Voraussetzungen, Eingabewerte	147
6.2.2.	Berechnungsergebnisse	149
6.3.	Berechnung einer Dauerbremsung mit konstantem Reibmoment unter Berücksichtigung der Temperaturberechnung und der Reibungszahlwahl	151
6.3.1.	Voraussetzungen	151
6.3.2.	Ermittlung des Reibungszahlkennfeldes	152
6.3.3.	Wärmetechnische Kenngrößen	154
6.3.4.	Eingabedaten und Eingabereihenfolge	155
6.3.5.	Berechnungsergebnisse	155
6.4.	Berechnung von ECE-Bremsenprüfungen Typ 0 und Typ I	157
6.4.1.	Voraussetzungen	157
6.4.2.	Eingabewerte und Eingabereihenfolge	158
6.4.3.	Berechnungsergebnisse	159
7.	Zusammenfassung, Schlußfolgerungen, offene Probleme	161
8.	Literaturnachweis	166
9.	Bildverzeichnis	169
10.	Tafelverzeichnis	173
11.	Anlagenverzeichnis	175

Kurzzeichenverzeichnis

<u>Zeichen</u>	<u>Einheit</u>	<u>Bedeutung</u>
A	mm <sup>2</sup>	Fläche
a	mm	Koordinate der Zuspännkraft F <sub>S</sub>
a <sub>A</sub>	mm	Dicke des Belagträgers
A <sub>B</sub>	mm <sup>2</sup>	Belagreiffläche
a <sub>B</sub>	m/s <sup>2</sup>	Verzögerung
a <sub>0</sub> , a <sub>I</sub>	m/s <sup>2</sup>	Verzögerungen der Bremsprüfungen Typ 0 und Typ I
a <sub>C</sub>	m	Koordinate der verschobenen Zuspännkraft F <sub>S</sub>
A <sub>F</sub>	m <sup>2</sup>	Querschnittsfläche des Fahrzeugs
A <sub>i</sub>	mm <sup>2</sup>	Fläche des Flächenelements i
a <sub>N</sub>	mm	Breite der Kontrollnut
a <sub>Reg1</sub> , a <sub>Reg2</sub> , a <sub>Reg(2)</sub>	mm <sup>2</sup> /N	Anstiege der Regressionsgleichungen
A <sub>Sch1</sub> , A <sub>S1</sub>	mm <sup>2</sup>	Fläche des Scheibenreibflächenrings i
a <sub>0</sub>	-	Neigung der oberen Begrenzungsfläche des Raumelements R
a <sub>1</sub> , a <sub>2</sub> , a <sub>3</sub>	mm	Koordinaten der Bremsklotzabstützstellen
b	mm	Koordinate der Zuspännkraft F <sub>S</sub>
b <sub>C</sub>	mm	Koordinate der verschoben Zuspännkraft F <sub>S</sub>
b <sub>F</sub>	mm	Felgenbreite
b <sub>Z</sub>	mm	Länge des Scheibentopfes
b <sub>1</sub> , b <sub>2</sub> , b <sub>3</sub>	mm	Koordinaten der Bremsklotzabstützstellen
c	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität
C <sub>A1</sub> , C <sub>A2</sub>	-	Konstanten zur Vorzeichenwahl
C <sub>B</sub>	J/K	Wärmekapazität des Bremssattels
c <sub>B</sub>	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität des Bremssattels

<u>Zeichen</u>	<u>Einheit</u>	<u>Bedeutung</u>
$C_{F1}, C_{F2}$	J/K	Wärmekapazitäten der Felge
$c_F$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität der Felge
$C_{h1}$	N/mm	Hilfskonstante
$C_{h2}, C_{h3}, C_{h4},$ $C_{h5}, C_{h9}$	N	Hilfskonstanten
$C_{h6}, C_{h7}, C_{h8},$ $C_{h10}, C_{h11},$ $C_{h12}$	N.mm	Hilfskonstanten
$C_n$	J/K	Wärmekapazität des Volumenelements n
$c_M$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität des Radmitnehmers
$C_{Reg(2)}, C_{Reg(3)}$	mm	Konstanten der Regressionsgleichungen
$C_{RS}$	J/K	Wärmekapazität des Bremsscheibenrandvolumenelements
$C_{R1}$	J/K	Wärmekapazität des Bremsbelagvolumenelements 1
$c_R$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität des Bremsbelags
$C_{S1}$	J/K	Wärmekapazität des Bremsscheibenvolumenelements 1
$c_S$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität der Bremsscheibe
$C_T$	J/K	Wärmekapazität des Belagträgers
$c_T$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität des Belagträgers
$c_Z$	kJ/(kg.K)	spezifische Wärmekapazität des Belagträgers
$c_W$	-	Luftwiderstandsbeiwert
$C_1, C_{12}$	N/mm <sup>2</sup>	Konstanten der Ebenengleichungen
$C_2, C_3, C_4,$ $C_{13}, C_{14}$	N/mm <sup>3</sup>	Konstanten der Ebenengleichungen
$C_5$	1/mm <sup>2</sup>	Konstante der Ebenengleichung

<u>Zeichen</u>	<u>Einheit</u>	<u>Bedeutung</u>
$C_6, C_7, C_8$	$1/\text{mm}^3$	Konstanten der Ebenengleichungen
$C_9, C_{9u}$	mm	Konstanten der Ebenengleichungen
$C_{10}, C_{10u}$	-	Konstanten der Ebenengleichungen
$C_{11}, C_{11u}$	-	Konstanten der Ebenengleichungen
$d_{BT}$	mm	Dicke des Belagträgers
$d_F$	mm	Dicke des Felgenblechs
$d_M$	mm	Dicke des Radmitnehmers
$d_{MF}$	mm	Dicke des Radmitnehmerflansches
$d_{Sch}$	mm	Bremsscheibendicke
$d_Z$	mm	Durchmesser des Zuspännzylinders
$d_{ZF}$	mm	Bremsscheibenflanschdicke
$E$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Elastizitätsmodul
$E_m$	$\text{N}/\text{mm}^2$	mittlerer Elastizitätsmodul
$E_1$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Elastizitätsmodul des Bremsbelagvolumenelements 1
$E_F(IT)$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Elastizitätsmodul (Kennfeld)
$F_{AK}, F_{AK1}, F_{AK2}$	N	Abstützkräfte des Kolbens an der Zylinderwandung
$F_{A_{yges}}, F_{A1y}$	N	Abstützkräfte am Bremsklotz
$F_{A2y}$		
$F_{A1x}, F_{A2x}$	N	Abstützkräfte am Bremsklotz
$F_{A3x}, F_{B1x}$		
$F_{B2x}$		
$F_{BH}, F_{BV}$	N	Bremskraft der Hinter- bzw. Vorderachse
$f'_G$	-	spezifischer Getriebewiderstand
$F_K$	N	Kolbenkraft
$f'_L$	-	spezifischer Luftwiderstand



Zeichen	Einheit	Bedeutung
$F_N, F_{Nges}$	N	Normalkraft
$F_{NL_{ij}}, F_{NR_{ij}}$	N	partielle Normalkräfte
$F_{N_1}$		
$F_{q_1}, F_{q_r}$	N	resultierende Kräfte der Streckenbelastungen $q_1$ und $q_r$
$F_R, F_{R_x}, F_{R_y}$	N	Reibkraft und deren Komponenten
$F_{R_1}, F_{R_{1x}}, F_{R_{1y}}$	N	partielle Reibkräfte und deren Komponenten
$F_{RL_{ij}}, F_{RR_{ij}}$		
$F_{RL_{ijx}}, F_{RR_{ijx}}$		
$F_{RL_{ijy}}, F_{RR_{ijy}}$		
$F_{R_{tan}}$	N	in tangentialer Richtung wirkende Reibkraft
$F_{Rages}, F_{RA1_z}$	N	Reibkräfte der Bremsklotzabstützstellen
$F_{RA2_z}$		
$f_R$	-	Rollwiderstandsbeiwert
$f_R'$	-	spezifischer Rollwiderstand
$F_S$	N	Zuspannkraft
$f_S'$	-	spezifischer Steigungswiderstand
$g$	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung
$h$	mm	Reibbelagdicke
$h_A, h_{A1}, h_{A2}$	mm	Abstützhöhen des Bremsklotzes
$h_{A3}$		
$h_{bl_{ij}}, h_{br_{ij}}$	mm	partielle Reibbelaghöhen (-dicken) im belasteten Zustand
$h_{r_1}$	mm	Reibbelaghöhe in der Belagmitte am Radius $r_1$

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$h_{ra}$	mm	Reibbelaghöhe in der Belagmitte am Radius $r_a$
$h_{ul_{ij}}, h_{ur_{ij}}$	mm	partielle Reibbelaghöhen im unbelasteten Zustand
$h_v(2), h_v(3)$	mm	errechnete Verschleißhöhen der Regressionsanalyse
$h_{v_i}$	mm	gemessene Verschleißhöhen und deren Mittelwert
$h_o$	mm	Höhe (Dicke) des unverschlissenen Belags
IT	-	Indexvariable des E-Modulfeldes
i	-	Indexvariable der Reibflächenaufteilung
$J_T$	kg.m <sup>2</sup>	Massenträgheitsmoment
$J_{TFzg}$	kg.m <sup>2</sup>	
$J_{TO}, J_{TI}$	kg.mm <sup>2</sup>	auf eine Bremsenreibpaarung bezogenes Ersatzmassenträgheitsmoment für die Bremsenprüfungen Typ 0 und Typ I
$J_{TOFzg}, J_{TIFzg}$	kg.m <sup>2</sup>	auf das Fahrzeug bezogenes Ersatzmassenträgheitsmoment für die Bremsenprüfungen Typ 0 und Typ I
j	-	Indexvariable der Reibflächenaufteilung
k	-	Anzahl der Belagsektoren
$k_F$	-	Faktor zur Berücksichtigung der Kühlflächenvergrößerung der Bremsscheibe
$k_p$	-	Faktor zur Berücksichtigung des wärmeabstrahlenden Teils des Belagträgers
$K_{PRB}$	-	Faktor zur Einschätzung der belagflächenbezogenen Reibleistungsverteilung
$k_q$	N/mm <sup>2</sup>	Anstieg des Querkraftverlaufes
KSTR	-	Steuervariable (KSTR = 1 - Aufruf des Programms STRT)

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$K_1$	-	relativer Anteil der Abstützkraftkomponente $F_{A1_x}$
$l, l_0$	m	Länge
$l_{AK_1}, l_{AK_2}$	mm	Abstände der Kolbenabstützpunkte $AK_1$ und $AK_2$ von der Belagträgerplatte bzw. der Bremsscheibe
$l_B$	mm	Belaglänge
$l_i$	-	Anzahl der Flächenelemente eines Belagsektors $i$
L01	-	Steuervariable L01 = 0 - keine Belagverschleißberechnung L01 = 1 - Belagverschleißberechnung
L02	-	Steuervariable L02 = 1 - geschobener Bremsklotz mit zwei Hauptabstützstellen L02 = 2 - geschobener Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle L02 = 3 - gezogener Bremsklotz mit einer Hauptabstützstelle
L03	-	Steuervariable L03 = 0 - keine E-Modulberechnung L03 = 1 - E-Modulberechnung
L04, L05	-	Steuervariable zur Steuerung des Temperaturrechenprogramms (L05 = 0)
L06	-	Steuervariable (siehe Bild 4.7)
L07	-	Steuervariable L07 = 0 - keine Reibungszahlberechnung L07 = 1 - Reibungszahlberechnung
L08	-	Steuervariable L08 = 0 - keine Temperaturberechnung L08 = 1 - Temperaturberechnung

Zeichen	Einheit	Bedeutung
LEMD, LFLP LMUE, LTMP	-	Drucksteuervariable (siehe Punkt 5.3.)
M	N.m	Moment
$M_{A1}, M_{A2}$	N.mm	Momente um die Abstützpunkte A1 und A2
$M_B$	N.mm	Reibmoment
$m_{Fzg}$	kg	Fahrzeugmasse
$M_R$	N.mm	Reibmoment einer Bremsenreib- paarung
$M_{RO}$	N.mm	vorgegebenes Reibmoment für eine Dauerbremsung bzw. eine Stoppbremsung Typ 0
$M_{RI}$	N.mm	vorgegebenes Reibmoment für eine Dauerbremsung bzw. eine Stoppbremsung Typ 0
$M_{RI}$	N.mm	vorgegebenes Reibmoment der Vorbereitungszyklen der Brems- prüfung Typ 0
$M_W$	N.m	Fahrwiderstandsmoment
$M_{WFzg}$	N.m	Fahrwiderstandsmoment des Fahr- zeuges
$M_{WO}, M_{WI}$	N.mm	auf eine Bremsenreibpaarung bezogene mittlere Fahrwider- standsmomente
$M_x, M_y, M_{yn}, M_{1,2}$	N.mm	Momente um die Achsen x, y, $y_n$ und A1 - A2
NP, NPE	-	Indexvariable und -grenze des Flächenpressungsfeldes
NT, NTE (NP)	-	Indexvariable und -grenze des Temperaturfeldes
NV, NVE (NP, NT)	-	Indexvariable und -grenze der Reibgeschwindigkeits- und Rei- bungszahlfelder
NZP	-	Anzahl der schrittweisen $\Delta t_2$ eines Vorbereitungszyklus der ECE-Bremsprüfung Typ 0 (NZP $\cdot \Delta t_2$ = Dauer eines Vor- bereitungszyklus)

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$n_{\text{Zykl}}$	-	Anzahl der Vorbereitungszyklen der ECE-Bremsprüfung Typ I
$P_B$	kW	Bremsleistung
$P_i, P_{lij}, P_{rij}$	N/mm <sup>2</sup>	partielle Flächenpressungen
$P_{lijges}, P_{rijges}$		
$P_m$	N/mm <sup>2</sup>	mittlere Flächenpressung
$p(\text{NP})$	N/mm <sup>2</sup>	Flächenpressung des Reibzahlkennfeldes
$P_R$	N.mm/s	Reibleistung einer Bremsenreibpaarung
$P_{R_1}$	N.mm/s	Reibleistung eines Belagsektors i
$P_{RB_{ispez}}$	N.mm/mm <sup>2</sup>	spezifische auf den Belagsektor i bezogene Reibleistung
$P_{RB_{mspez}}$	N.mm/mm <sup>2</sup>	spezifische auf die Belagreibfläche bezogene mittlere Reibleistung
$P_{RSch_{ispez}}$	N.mm/mm <sup>2</sup>	spezifische auf die mit dem Belagsektor i in Eingriff stehende Scheibenreibfläche bezogene Reibleistung
$P_{RSch_{mspez}}$	N.mm/mm <sup>2</sup>	spezifische auf die Scheibenreibfläche bezogene mittlere Reibleistung
$\overline{P_{RSch}}$	N.mm/mm <sup>2</sup>	Mittelwert von $P_{RSch_{ispez}}$
$q, q_0$	N/mm	Querkraft
$Q_{C_n}$	J/s	aus der Wärmespeicherung resultierender Wärmestrom des Volumenelementes n
$Q_{R_n}$	J/s	Reibungswärmestrom des Volumenelementes n
$Q_{\lambda_n}$	J/s	aus der Wärmeleitung resultierender Wärmestrom des Volumenelementes n

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$Q_{\alpha n}$	J/s	aus dem Wärmeübergang resultierender Wärmestrom des Volumenelements n
$R_A$	k/W	Wärmedurchgangswiderstand zwischen Bremsklotz und Bremssattel
$r$	mm	Radius
$r_a$	mm	Außenradius des Bremsbelags
$r_{a_i}$	mm	Außenradius des Belagsektors i
$r_{dyn}$	m	dynamischer Reifenrollradius
$R_F$	K/W	Wärmedurchgangswiderstand zwischen Felge und Radmitnehmer
$r_F$	mm	Felgenradius
$r_i$	mm	Innenradius des Bremsbelages
$r_{i_i}$	mm	Innenradius des Belagsektors i
$r_m$	mm	mittlerer Reibradius
$R_M$	K/W	Wärmedurchgangswiderstand zwischen Bremsscheibe und Radmitnehmer
$r_{M_a}$	mm	äußerer Radmitnehmerradius
$r_{MF}$	mm	Radmitnehmerflanschradius
$r_{M_i}$	mm	innerer Radmitnehmerradius
$r_{Sch_a}$	mm	äußerer Bremsscheibenradius
$r_{Sch_i}$	mm	innerer Bremsscheibenradius
$r_{Si}$	mm	Schwerpunktkoordinate eines Flächenelements i
$r_{SL}$	mm	Radius der Schwerelinie
$r_{SP}$	mm	Schwerpunktradius
$r_{Za}$	mm	äußerer Scheibentopfradius
$r_{Zi}$	mm	innerer Scheibentopfradius
$R(3)$	-	Korrelationskoeffizient
$R_{\alpha B}$	K/W	Wärmeübergangswiderstand des Bremssattels

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$R \propto_{F1}, R \propto_{F2}$	K/W	Wärmeübergangswiderstand der Felge
$R \propto_n$	K/W	Wärmeübergangswiderstand des Volumenelements n
$R \propto_{RS}$	K/W	Wärmeübergangswiderstand des Bremsscheibenrandes
$R \propto_{S_i}$	K/W	Wärmeübergangswiderstand des Bremsscheibenvolumenelementes i
$R \propto_T$	K/W	Wärmeübergangswiderstand des Belagträgers
$R \lambda_B$	K/W	Wärmeleitwiderstand des Brems-sattels
$R \lambda_{F2}$	K/W	Wärmeleitwiderstand der Felge
$R \lambda_n$	K/W	Wärmeleitwiderstand des Volumen-elementes n
$R \lambda_{R_i}$	K/W	Wärmeleitwiderstand des Brems-belagsektors i
$R \lambda_{S_i}$	K/W	Wärmeleitwiderstand des Brems-scheibenvolumenelementes i
$s_z$	mm	Kolbenspiel im Zylinder
$s_1, s_3, s_{10},$ $s_{13}, s_{14}, s_{40},$ $s_{41}$	mm <sup>4</sup>	Doppelsummen
$s_3, s_5, s_7, s_8,$ $s_9, s_{12}, s_{37}, s_{39}$	mm <sup>3</sup>	Doppelsummen
$s_4, s_6, s_{11}, s_{38},$ $s_{47}, s_{48}, s_{49}$ $s_{15}, s_{17}, s_{20},$ $s_{22}, s_{23}, s_{29},$ $s_{30}, s_{31}$ $s_{16}, s_{18}, s_{21},$ $s_{24}, s_{27}, s_{33},$ $s_{34}, s_{35}, s_{36}$	mm <sup>2</sup>	Doppelsummen
$s_{19}, s_{25}, s_{28}$	N	Doppelsummen
	N.mm	Doppelsummen
	N/mm	Doppelsummen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$S_{45}, S_{46}$	mm	Doppelsummen
$t_{\max}$	s	Zeitdauer eines Rechendurchlaufes
$V$	$m^3$	Volumen
$v$	m/s	Geschwindigkeit
$V_B$	$mm^3$	Ersatzvolumen des Bremsstellers
$v_i, v_R$	mm/s	Reibgeschwindigkeiten
$V_M$	$mm^3$	Ersatzvolumen des Radmitnehmers
$v (NP, NT, NV)$	mm/s	Reibgeschwindigkeit des Reibungszahlkennfeldes
$v_{Fzg}, v_{\max}$	m/s	Fahrzeuggeschwindigkeiten
$v_0, v_1, v_2$		
$vz_1, vz_2, vz_3$	-	Vorzeichenvariable
$w_i$	-	Kenngröße zur Berücksichtigung der Nutbreite
$x$	mm	Koordinate
$ x_{ij} $	mm	Koordinate des Flächenelementes ij
$y$	mm	Koordinate
$ y_{ij} $	mm	Koordinate des Flächenelementes ij
$y_{SL}, y_{Sr}$	mm	Schwerpunktkoordinaten
$z$	mm	Koordinate
$z_{SP}$	mm	Schwerpunktkoordinate
$z_0$	mm	Höhe des Raumelements R
$\alpha$	$W/(K \cdot m^2)$	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_B$	$W/(K \cdot m^2)$	Wärmeübergangskoeffizient des Bremsstellers
$\alpha_F$	$W/(K \cdot m^2)$	Wärmeübergangskoeffizient der Felge
$\alpha_K$	$^\circ, \text{rad}$	Kippwinkel des Kolbens
$\alpha_M$	$W/(K \cdot m^2)$	Wärmeübergangskoeffizient des Radmitnehmers



Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\alpha_S$	W/(K.m <sup>2</sup> )	Wärmeübergangskoeffizient der Bremsscheibe
$\alpha_T$	W/(K.m <sup>2</sup> )	Wärmeübergangskoeffizient des Belagträgers
$\alpha_Z$	W/(K.m <sup>2</sup> )	Wärmeübergangskoeffizient des Bremsscheibentopfes
$\beta_A$	rad, °	Anstiegswinkel
$\beta$	-	Bremskraftverhältnis
$\Delta a, \Delta b$	mm	Verschiebungen des Zuspannkraftangriffspunktes
$\Delta h_{L_{ij}}, \Delta h_{r_{ij}}$	mm	Partielle Verschleißhöhen
$\Delta h_{rad}, \Delta h_{tang}$	mm	Belaghöhendifferenzen in radialer und tangentialer Richtung
$\Delta t_{Vorb}$	s	Zeitdauer eines Vorbereitungszykluses der ECE-Bremsprüfung Typ I
$\Delta t_{Zykl}$	s	Zeitdauer eines Berechnungszykluses der Programme FS2B und FS3B
$\Delta t_0$	s	Schrittweite der Berechnung der ECE-Bremsprüfung Typ 0
$\Delta t_1$	s	Schrittweite der Berechnung der Verzögerungsbremungen der Vorbereitungszyklen der ECE-Bremsprüfung Typ I
$\Delta t_2$	s	Schrittweite der Berechnung der Bremspausen (Abkühlung) der Vorbereitungszyklen der Bremsprüfung Typ I
$\Delta \vartheta_{max}$	K	maximale Erwärmung der Scheibenbremse während eines Zeitschritts $\Delta t$ des Temperaturberechnungsprogramms
$\Delta \varphi_i$	°	Winkel eines Flächenelements
$\Delta \bar{\varphi}_i$	rad	Winkel eines Flächenelements
$\varepsilon$	-	Dehnung
$\vartheta_B$	°C	Temperatur des Bremssattels

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\vartheta_{B_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur des Bremssattels
$\vartheta_{F1}, \vartheta_{F2}$	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur der Felge
$\vartheta_F$ (IT)		Temperatur des E-Modul-Kennfeldes
$\vartheta_{F_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur der Felge
$\vartheta_H$	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur der Hinterradbremse
$\vartheta_i$	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur des Reibflächensektors $i$ bzw. des entsprechenden Brems-scheibenvolumenelements
$\vartheta_{M_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur des Radmitnehmers
$\vartheta_n$	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur des Volumenelementes $n$
$\vartheta$ (NP, NT)	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur des Reibungszahlkennfeldes
$\vartheta_{Rm_i}$	$^{\circ}\text{C}$	mittlere Temperatur der Bremsbelagsektoren $R1_i$ und $R2_i$
$\vartheta_{RS}$	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur des Brems Scheibenrandvolumenelements
$\vartheta_{R_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur des Bremsbelages
$\vartheta_{R1_i}, \vartheta_{R2_i}$	$^{\circ}\text{C}$	Temperaturen der Bremsbelagsektoren
$\vartheta_S$	$^{\circ}\text{C}$	Brems Scheibentemperatur
$\vartheta_{Smax}$	$^{\circ}\text{C}$	vorgegebene maximale Scheibentemperatur
$\vartheta_{Si}$	$^{\circ}\text{C}$	Temperaturen der Volumenelemente der Brems Scheibe und des Radmitnehmers
$\vartheta_{S_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur der Brems Scheibe
$\vartheta_{T_0}$	$^{\circ}\text{C}$	Anfangstemperatur des Belagträgers
$\vartheta_{UB}$	$^{\circ}\text{C}$	Umgebungstemperatur des Bremssattels
$\vartheta_{UF}$	$^{\circ}\text{C}$	Umgebungstemperatur der Felge

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\vartheta_{UM}$	$^{\circ}C$	Umgebungstemperatur des Radmitnehmers
$\vartheta_{Un}$	$^{\circ}C$	Umgebungstemperatur des Volumenelements n
$\vartheta_{US}$	$^{\circ}C$	Umgebungstemperatur der Bremscheibe
$\vartheta_V$	$^{\circ}C$	Temperatur der vorderen Radbremse
$\vartheta_{z0}$	$^{\circ}C$	Anfangstemperatur des Bremscheibentopfes
$\lambda$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_B$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit des Bremsstittels
$\lambda_F$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit der Felge
$\lambda_M$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit des Radmitnehmers
$\lambda_R$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit des Bremsbelages
$\lambda_S$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit der Bremscheibe
$\lambda_Z$	W/(K.m)	Wärmeleitfähigkeit des Bremscheibentopfes
$\mu_A$	-	Reibungszahl der Bremsklotzabstützstellen
$\mu_B$	-	Reibungszahl des Bremsbelags
$\mu_i, \mu_{ij}$	-	partielle Reibungszahlen des Bremsbelags
$\mu_{int}$	-	integrale Reibungszahl
$\mu_{IP}$	-	interpolierte Reibungszahl des Bremsbelags
$\mu_K$	-	Reibungszahl der Abstützstellen des Kolbens an der Zylinderwandung
$\mu_m$	-	mittlere Reibungszahl des Bremsbelags

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$f_{\min}$	-	Mindestdrehzahl des Bremsbelags
$\mu$ (NP, NT, NV)	-	Reibungszahl des Reibungszahlkennfeldes
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	Dichte
$\rho_B$	$\text{kg/m}^3$	Dichte des Bremssattels
$\rho_F$	$\text{kg/m}^3$	Dichte der Felge
$\rho_L$	$\text{kg/m}^3$	Dichte der Luft
$\rho_M$	$\text{kg/m}^3$	Dichte des Radmitnehmers
$\rho_R$	$\text{kg/m}^3$	Dichte des Bremsbelags
$\rho_S$	$\text{kg/m}^3$	Dichte der Bremsscheibe
$\rho_T$	$\text{kg/m}^3$	Dichte des Belagträgers
$\sigma_1, \sigma_2$	$\text{N}\cdot\text{mm}/\text{mm}^2$	Streuungen
$\sigma_{hV}$	mm	Streuung
$\varphi$	rad, °	Winkel
$\varphi_B$	rad	Sektorwinkel des Bremssattelerersatzvolumens
$\varphi_i$	rad, °	Sektorwinkel eines Flächenelementes i
$\varphi_{Ni}$	rad	Öffnungswinkel der Kontrollnut im Bremsbelag
$\varphi_{SP}$	rad	Koordinate des Schwerpunktes des Raumelements R
$\varphi_1, \varphi_2$	rad, °	Begrenzungswinkel des Raumelements R
$\omega$	rad/s	Drehgeschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit
$\omega_0$	rad/s	Prüfdrehgeschwindigkeit für die Berechnung der ECE-Stoppbremsung Typ 0
$\omega_1, \omega_2$	rad/s	Prüfdrehgeschwindigkeiten für die Berechnung der Vorbereitungszyklen der ECE-Bremsprüfungen Typ I

FORTTRAN- zeichen	Kurz- zeichen	FORTTRAN- zeichen	Kurz- zeichen
AA	$a_A$	CSPR	$c_R$
AGES	$A_B$	CSPS	$c_S$
A(I)	$A_i$	CSPT	$c_T$
ALPB	$\alpha_B$	CSPZ	$c_Z$
ALPF	$\alpha_F$	CWB	$C_B$
ALPM	$\alpha_M$	CWF1	$C_{F1}$
ALPS	$\alpha_S$	CWF2	$C_{F2}$
ALPT	$\alpha_T$	CWRS	$C_{RS}$
ALPZ	$\alpha_Z$	CWR(I)	$C_{Ri}$
AS(I)	$A_{Si}$	CWS(I)	$C_{Si}$
A $\emptyset$	a	CWT	$C_T$
A1	$a_1$	C9...C14	$C_9 \dots C_{14}$
A2	$a_2$	C9U...C11U	$C_{9U} \dots C_{11U}$
A3	$a_3$		
B	b	DBLT	$d_{BT}$
BFLG	$b_F$	DFLG	$d_F$
BN	$a_N$	DLAB	$\lambda_B$
BZS	$b_Z$	DLAF	$\lambda_F$
B1	$b_1$	DLAM	$\lambda_M$
B2	$b_2$	DLAR	$\lambda_R$
B3	$b_3$	DLAS	$\lambda_S$
CA1	$C_{A1}$	DLAZ	$\lambda_Z$
CA2	$C_{A2}$	DLT $\emptyset$	$\Delta t_0$
CH1...CH12	$C_{h1} \dots C_{h12}$	DLT1	$\Delta t_1$
CK1	$K_1$	DLT2	$\Delta t_2$
CSPB	$c_B$	DPH(I)	$\Delta \varphi_1$
CSPF	$c_F$	DR(I)	$\Delta r_1$
CSPM	$c_M$	DRMF	$d_{MF}$

FORTRAN- zeichen	Kurz- zeichen	FORTRAN- zeichen	Kurz- zeichen
DRMT	$d_{MT}$	LEMD	LEMD
DSCH	$d_{Sch}$	LFLP	LFLP
DTMX	$\Delta d_{max}$	L(I)	$l_i$
DZF	$d_{ZF}$	LMUE	LMUE
E(I)	$E_i$	LO1...LO8	LO1...LO8
EM	$E_m$	LTMP	LTMP
EMDG(IT)	$E_F(IT)$	MBG	$M_R$
FAKA	$k_F$	MBØ	$M_{RO}$
FA1X	$F_{A1_x}$	MB1	$M_{R1}$
FA1Y	$F_{A1_y}$	MMUE	$\mu_m$
FA2X	$F_{A2_x}$	MR(I)	$M_{Ri}$
FA2Y	$F_{A2_y}$	MSCG	$P_{RSch_{mspez}}$
FA3X	$F_{A3_x}$	MSCH(I)	$P_{RSch_{ispez}}$
FLPM(I)	$p_i$	MSPE(I)	$P_{RB_{ispez}}$
FLMP	$p_m$	MSPG	$P_{RB_{mspez}}$
FNG	$F_{Nges}$	MUEA	$\mu_A$
FS	$F_S$	MUEF(NP,NT,NV)	$\mu(NP,NT,NV)$
HL(I,J)	$h_{ul_{ij}}$	MUE(I)	$\mu_i$
HR(I,J)	$h_{ur_{ij}}$	MUEM	$\mu_{min}$
HØ	$h$	MVZ1	$vz_1$
I	$i$	MVZ2	$vz_2$
IT	IT	MVZ3	$vz_3$
J	$j$	NPE	NPE
K	$k$	NTE(NP)	NTE(NP)
		NVE(NP,NT)	NVE(NP,NT)
		NZP	NZP
		NZY	$n_{Zykl}$

FORTRAN- zeichen	Kurz- zeichen	FORTRAN- zeichen	Kurz- zeichen
OMEG	$\omega$	RLR(I)	$R\lambda_{R_i}$
OMGØ	$\omega_0$	RLS(I)	$R\lambda_{S_i}$
OMG1	$\omega_1$	RRMF	$r_{MF}$
OMG2	$\omega_2$	RRMI	$r_{Mi}$
PHI	$\varphi_B$	RSCA	$r_{Scha}$
PL(I,J)	$p_{l_{ij}}$	RSCI	$r_{Sch_i}$
PLST(I)	$p_{R_i}$	RS(I)	$r_{S_i}$
PMUE(NP)	$p(NP)$	RWFF	$R_F$
PR(I,J)	$p_{r_{ij}}$	RWLA	$R_A$
PROZ	$k_p$	RWSM	$R_M$
RAB	$R\alpha_B$	RZA	$r_{Z_a}$
RAF1	$R\alpha_{F1}$	RZI	$r_{Z_i}$
RAF2	$R\alpha_{F2}$	S1...S49	$S_1 \dots S_{49}$
RA(I)	$r_{a_i}$	TBØ	$\mathcal{U}_{B_0}$
RARS	$R\alpha_{RS}$	TEMB(I)	$\mathcal{U}_i$
RAS(I)	$R\alpha_{Si}$	TFØ	$\mathcal{U}_{F_0}$
RAT	$R_{AT}$	TMUE(NP,NT)	$\mathcal{U}_{(NP,NT)}$
RAU	$r_a$	TMØ	$\mathcal{U}_{M_0}$
RFLG	$r_F$	TRØ	$\mathcal{U}_{R_0}$
RHOB	$S_B$	TRHØ	$J_{T_0}$
RHOF	$S_F$	TRH1	$J_{T_1}$
RHOM	$S_M$	TPEM(IT)	$\mathcal{U}_F(IT)$
RHOR	$S_R$	TSMX	$\mathcal{U}_{S_{max}}$
RHOS	$S_S$	TSØ	$\mathcal{U}_{S_0}$
RHOT	$S_T$	TUB	$\mathcal{U}_{UB}$
RLB	$R\lambda_B$	TUF	$\mathcal{U}_{UF}$
RLF2	$R\lambda_{F2}$		

FORTRAN- zeichen	Kurz- zeichen
TUM	$\checkmark$ UM
TUS	$\checkmark$ US
TUZ	$\checkmark$ UZ
TZØ	$\checkmark$ Z <sub>0</sub>
TØB	$\checkmark$ B
TØF1	$\checkmark$ F <sub>1</sub>
TØF2	$\checkmark$ F <sub>2</sub>
TØRS	$\checkmark$ RS
TØR1(I)	$\checkmark$ R <sub>1i</sub>
TØR2(I)	$\checkmark$ R <sub>2i</sub>
TØS(I)	$\checkmark$ S <sub>i</sub>
TØT	$\checkmark$ T
VOBS	V <sub>B</sub>
VOME	V <sub>M</sub>
VMUE(NP,NT,NV)	v(NP,NT,NV)
VR(I)	v <sub>I</sub>
WBRD	W <sub>R</sub> Zykl
WBRG	W <sub>R</sub> ges
WIMØ	M <sub>W0</sub>
WIMI	M <sub>WI</sub>
X(I,J)	x <sub>ij</sub>
Y(I,J)	y <sub>ij</sub>
ZEIT	$\Delta$ t <sub>Zykl</sub>
ZTMX	t <sub>max</sub>



Abkürzungen

DB	Datenblock
EDV	elektronische Datenverarbeitung
ECE	Vereinte Nationen, Wirtschafts- und Sozialrat, Wirtschaftskommission für Europa
FORTTRAN	problemorientierte höhere Programmiersprache (FORTTRAN 4200 für die EDV-Anlage KRS 4201)
Gl.	Gleichung
GKW	Güterkraftwagen
HP	Hauptprogramm
Kfz	Kraftfahrzeug
KRS 4201	kleinere EDV-Anlage des VEB Robotron
K 1002	Programmierbarer Tischrechner des VEB ROBOTRON
l	links
PAP	Programmablaufplan
PKW	Personenkraftwagen
r	rechts
TUP	Trommelunterprogramm

## 0. Einleitung

Die aktive Sicherheit eines Kraftfahrzeuges wird im erheblichen Maß durch die Eigenschaften der installierten Bremsanlage beeinflusst. Nationale und internationale Bauvorschriften sehen enge Toleranzbereiche für die installierte Bremskraftverteilung vor, die wesentlich von den Eigenschaften der Radbremsen mitbestimmt wird. Moderne PKW werden an der Vorderachse ausschließlich mit Scheibenbremsen ausgerüstet, da diese wegen ihrer kleinen Empfindlichkeit bessere Voraussetzungen zur Einhaltung der vorgeschriebenen Bremskraftverteilungstoleranzen bieten, außerdem thermisch höher belastbar sind und auch aus großen Geschwindigkeiten ein sicheres Abbremsen gewährleisten. Der serienmäßige Einsatz von Scheibenbremsen beschränkt sich aber nicht nur auf PKW. Es ist zu erwarten, daß in einigen Jahren auch kleine und mittlere GKW fast ausschließlich mit Scheibenbremsen ausgerüstet werden.

Gemäß den Beschlüssen des X. Parteitages der SED und den nachfolgenden Tagungen der Partei- und Staatsführung läßt sich für den Automobilbau der DDR die Aufgabe ableiten, innerhalb einer kurzen Frist die derzeit produzierten PKW und GKW so weiter zu entwickeln, daß sie dem internationalen technischen Stand entsprechen und damit den Anforderungen für den Export genügen.

Damit ergibt sich die Zielstellung einer Eigenentwicklung und -produktion von Scheibenbremsen, wenn eine Inanspruchnahme von Valutamittel, wie sie bei Lizenznahme von ausländischen Firmen oder gar der Ausrüstung der Fahrzeuge mit Import-Scheibenbremsen notwendig wäre, vermieden werden soll. Bisher wurden in der DDR keine Kfz-Scheibenbremsen produziert. Damit fehlen auch die langjährigen Erfahrungen, wie sie renommierte Hersteller besitzen. Es kommt deshalb darauf an, daß durch Anwendung der neuesten wissenschaftlichen Erkenntnisse und Methoden dieser Mangel an Erfahrungen ausgeglichen wird und der Anschluß an den internationalen Stand der Scheibenbremsenentwicklung hergestellt wird. Die vorliegende Arbeit stellt einen Beitrag zur Lösung dieser Problematik dar.

## 1. Erläuterung und Abgrenzung der Problematik

Mit der zunehmenden Anwendung von Scheibenbremsen im Kfz-Bau wurden eine Reihe von Methoden zur mathematischen Erfassung von Teilproblemen der konstruktiven Entwicklung erarbeitet. So sind zahlreiche Verfahren bekannt, die sich mit der thermischen und festigkeitsbezogenen Auslegung von Scheibenbremsen befassen. Die Palette der verwendeten Methoden reicht dabei von einfachen eindimensionalen Verfahren bis zu dreidimensionalen auf der Basis von finiten Elementen. Damit lassen sich mit oft sehr hohem manuellen oder technischen Aufwand nur Teilprobleme lösen, die eine Erfassung der das Funktionsverhalten der Scheibenbremse beeinflussenden Belastungsverhältnisse und Einflußfaktoren in ihrer Wechselwirkung nicht ermöglichen. Bisher ist kein Verfahren bekannt, mit dem die komplexen Zusammenhänge zwischen den die Reibungszahlen der Bremsreibpaarung beeinflussenden Belastungsverhältnissen am Bremsklotz und den daraus resultierenden Reibmomentenverläufen erfaßt werden kann. Die Kosten für die Entwicklung und Weiterentwicklung von Scheibenbremsen ließen sich aber erheblich reduzieren, wenn im konstruktiven Stadium eine ausreichende Beurteilung hinsichtlich des Funktionsverhaltens und des Verschleißes z.B. mittels rechnergestützter Verfahren möglich wäre und damit der Aufwand an Musterbau und Versuchsarbeiten gesenkt werden könnte. Außerdem lassen sich Flächenpressungs- und Reibleistungsverteilungen an den Reibflächen meßtechnisch nicht erfassen. Für die prognostische Beurteilung des Verschleiß- und Funktionsverhaltens müssen diese Verteilungen aber bekannt sein. Wo meßtechnische Verfahren versagen, lassen sich mit mathematischen Verfahren meist noch hinreichend genaue Ergebnisse erzielen. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich deshalb auf folgende Schwerpunkte:

- Entwicklung eines numerischen Berechnungsverfahrens zur Bewertung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Scheibenbremsen. Rechentechnische Umsetzung auf Basis eines programmierbaren Tischrechners K 1002.
- Entwicklung numerischer Verfahren zur Berechnung des Funktionsverhaltens von Scheibenbremsen (Dauerbremsung, Stop-Bremsung, Fading-Verhalten) unter Berücksichtigung dynamischer Einflüsse. Umsetzung auf Basis der problemorientierten Programmiersprache FORTRAN.

2. Numerische Verfahren zur Bewertung des Funktions- und Verschleißverhaltens von Scheibenbremsenreibpaarungen auf der Basis des programmierbaren Tischrechners K 1002

2.1. Voraussetzung

Allgemein berechnet man das Bremsmoment einer Scheibenbremse entsprechend Bild 2.1 nach der Gleichung:

$$M_R = 2 \mu_B F_S r_m \quad (2.1.1)$$

Dabei wird davon ausgegangen, daß die Reibungszahl  $\mu_B$  über der Belagreibfläche konstant ist und ein mittlerer Reibradius  $r_m$  bestimmt werden kann. Dies ist aber praktisch nicht möglich, da die Reibungszahl  $\mu_B$  im wesentlichen von der Reibflächentemperatur, der Reibgeschwindigkeit und der Flächenpressung an der Reibfläche abhängt und diese Kenngrößen zeitlich und örtlich stark differieren. Somit läßt sich die Gleichung 2.1.1 nur mit großer Ungenauigkeit zur Ermittlung des Bremsmomentes verwenden. Eine Einschätzung des Verschleißverhaltens ist damit nicht möglich. Die Berechnung der örtlichen Reibgeschwindigkeiten ist einfach, die Ermittlungen der örtlichen Flächenpressungen und Temperaturen hingegen erfordern einen hohen mathematischen Aufwand. Derzeit existieren eine Anzahl Verfahren zur Ermittlung der Scheibentemperaturen auf der Basis von manuellen (z.B. /6/ u. /7/) und rechnergestützten (z.B. /21/, /25/) Berechnungen sowie elektroanaloge Untersuchungen (z.B. /10/). Geht man von der bei der Einschätzung des Verschleißverhaltens an Bremsenreibpaarungen allgemein getroffenen, in /17/ bestätigten, Annahme aus, daß sich bei konstanter Temperatur die Verschleißgeschwindigkeit annähernd proportional zur auftretenden Reibleistung verhält, dann wird entsprechend der Gleichung

$$P_R = F_N \mu_B v_R$$

(2.1.2)

die Verteilung des Verschleißes an den Reibflächen durch die Verteilung der Flächenpressungen, Reibgeschwindigkeiten und Reibungszahlen an den Flächen der Reibpaarung bestimmt. Der Einfluß der Verteilung der Temperaturen (und damit der örtlichen Reibungszahlen, die im wesentlichen durch die Reibtemperaturen bestimmt werden) ist von geringerer Bedeutung, da die örtlichen Temperaturunterschiede im Gegensatz zu den zeitlichen gering sind. Nach /10/ traten bei Bremsungen an Scheibenbremsreibpaarungen maximale örtliche Temperaturdifferenzen (ca. 1 mm unter der Reibfläche) von etwa 60 K auf. Das entspricht etwa einer Reibungszahländerung unter 5 %. Weit- aus mehr wird die Reibleistungsverteilung von der Verteilung der Flächenpressungen beeinflusst. Die Ermittlung der Flächenpressungsverteilung ist deshalb ein Schwerpunkt der folgenden Abschnitte.

## 2.2. Mathematische Grundlagen

### 2.2.1. Ermittlung der Flächenpressungsverteilung

#### 2.2.1.1. Möglichkeit einer analytischen Darstellung der Flächenpressung

Die Flächenpressungsverteilung ist im wesentlichen abhängig von der Einleitungsstelle der Zuspaukraft und den aus den Reibkräften und den Abständen zwischen den Belagabstützstellen und der Reibfläche resultierenden Momenten, die ein Kippen des Bremsklotzes und damit eine Änderung der Flächenpressungsverteilung bewirken. Im Bild 2.2 ist ein vereinfachter Verlauf der durch die Zuspaukraft  $F_S$  hervorgerufenen Flächenpressung dargestellt. Zur Vereinfachung werden die Bremsscheibe und der Belag-

träger als starr angenommen (Belagträger - Stahlplatte, auf der das Bremsbelagmaterial aufgepreßt ist), der E-Modul konstant gesetzt und die Querkontraktion vernachlässigt. Damit ergibt sich ein linearer Flächenpressungsverlauf (Bild 2.2), wobei der Anstieg dieses Verlaufs durch den Versatz des Zuspaukraftangriffspunktes zum Reibflächenschwerpunkt des Bremsklotzes hervorgerufen wird. Der Einfluß der am Bremsklotz wirkenden Reibkräfte, der zu einem zusätzlichen Kippen des Bremsklotzes (und damit zur Änderung der Anstiege des Flächenpressungsverlaufes) führt, wird vorerst vernachlässigt. Zur Untersuchung der Möglichkeit einer analytischen Beschreibung der Belastungsverhältnisse wird eine kreisringsektorförmige Reibfläche angenommen. Der vereinfachte Flächenpressungsverlauf läßt sich als Ausschnitt (Raumelement) eines in einem Zylinderkoordinatensystem stehenden Kreisringzylinders darstellen (Bild 2.3). Das Raumelement wird dann durch

$$R = \begin{cases} r_1 \leq r \leq r_a \\ \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \\ 0 \leq z \leq z_0 - a_0 r \sin \varphi \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$a_0 = \tan \beta_A \quad (2.2.2)$$

definiert. Während mit  $r_1$ ,  $r_a$  und  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  die Abmessungen der Reibfläche erfaßt werden, wird mit  $\beta$ ,  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  ein Kippen der oberen Abschlußebene des Raumelementes  $R$  erreicht, so daß eine Darstellung eines Flächenpres-

sungsverlaufes ermöglicht wird, der durch die Einleitung der Zuspännkraft außerhalb des Reibflächenschwerpunktes hervorgerufen wird. Die Lage des Schwerpunktes des Raumelementes entspricht der Kraffteinleitungsstelle, das Volumen des Raumelementes dem Betrag der Zuspännkraft. Das Volumen  $V$ , die Schwerpunktkoordinaten  $z_{SP}$  und  $\varphi_{SP}$  sowie die Koordinate der Schwerlinie  $r_{SL}$  werden durch die folgenden Gleichungen definiert:

$$V = \iiint_R dR$$

$$= \int_0^{z_0 - a_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_i}^{r_a} r \, dr \, d\varphi \, dz$$

$$= \frac{z_0}{2} (r_a^2 - r_i^2) (\widehat{\varphi}_2 - \widehat{\varphi}_1)$$

$$+ \frac{a_0}{3} (r_a^3 - r_i^3) (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) \quad (2.2.3)$$

$$z_{SP} = \frac{1}{V} \iiint_R z \, dR$$

$$= \frac{1}{V} \int_0^{z_0 - a_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_i}^{r_a} z \, r \, dr \, d\varphi \, dz$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{V} \left[ \frac{z_0^2}{4} (r_a^2 - r_i^2) (\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1) + \frac{a_0 z_0}{3} (r_a^3 - r_i^3) (\cos \varphi_2 \right. \\
&\quad \left. - \cos \varphi_1) + \frac{a_0^2}{16} (r_a^4 - r_i^4) (\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_1) \right] \quad (2.2.4)
\end{aligned}$$

$$\bar{\varphi}_{SP} = \frac{1}{V} \iiint_R \bar{\varphi} dR$$

$$= \frac{1}{V} \int_0^{z_0 - a_0 r \sin \varphi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_i}^{r_a} \bar{\varphi} r dr d\varphi dz$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{V} \left[ (\bar{\varphi}_2^2 - \bar{\varphi}_1^2) \frac{z_0}{2} (r_a^2 - r_i^2) - \frac{a_0}{3} (r_a^3 - r_i^3) (\sin \varphi_2 - \right. \\
&\quad \left. - \sin \varphi_1 - \bar{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \bar{\varphi}_1 \cos \varphi_1) \right] \quad (2.2.5)
\end{aligned}$$

$$r_{SL} = \frac{1}{V} \iiint_R r dR$$

$$= \frac{1}{V} \int_0^{z_0 - a_0 r \sin \varphi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_i}^{r_a} r^2 dr d\varphi dz$$

$$= \frac{1}{V} \left[ \frac{z_0}{3} (r_a^3 - r_i^3) (\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1) + \frac{a_0}{4} (r_a^4 - r_i^4) (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) \right] \quad (2.2.6)$$

Liegt eine gleichmäßige Flächenpressungsverteilung vor, dann läßt sich auch die Schwerpunktkoordinate  $r_{SP}$  aus der Koordinate  $r_{SL}$  nach bekannten mathematischen Beziehungen ermitteln. Ist das nicht der Fall, dann ist die Schwerelinie nicht mehr kreisbogenförmig (unterschiedlich mit Volumen belegt), die Berechnung der Schwerpunktkoordinaten wird weitaus komplizierter.

Da es sehr unterschiedliche Belagformen gibt, die zum Teil sehr stark von einfachen geometrischen Konturen, wie z.B. des Kreissektors, abweichen, ist ein erheblicher mathematischer Aufwand notwendig, um alle auftretenden Belagkonturen berücksichtigen zu können. Für gleichmäßige Flächenpressungsverteilungen wird in /24/ und /15/ auf verschiedene Belagformen und deren analytischen Beschreibung eingegangen. Eine analytische Beschreibung der Flächenpressungsverteilungen in Abhängigkeit von allen angreifenden Kräften am Bremsklotz (Zuspann-, Reib- und Abstützkraft) ist nicht bekannt.

Ausgehend von der Zielstellung soll ein möglichst universelles und einfach zu handhabendes Verfahren zur Bewertung des Funktions- und Verschleißverhaltens an Scheibenbremsen erarbeitet werden. Eine analytische Darstellung der Flächenpressungsverteilung ist dazu offensichtlich nicht geeignet.

### 2.2.1.2. Numerische Darstellung der Flächenpressungs- verteilung

Im /12/ wird erstmalig zur Ermittlung des mittleren Reibhalbmessers  $r_m$  und eines günstigen Angriffspunktes der Zuspannkraft  $F_S$  eine Einteilung der Belagfläche in eine Anzahl kleinere Flächenelemente vorgenommen, um über die Momentengleichgewichte die annähernde Flächenpressungsverteilung bei gleichmäßiger Reibleistungsverteilung beschreiben zu können. Der Einfluß der Reib- und Abstützkräfte am Bremsklotz wird nicht berücksichtigt. Die Einteilung der Belagreibfläche in partielle Flächenelemente erfolgt nach keinem festen Schema und ist für eine rationelle Bearbeitung mit EDV-Anlagen nicht geeignet. (Das war zum Zeitpunkt der Erstellung der genannten Arbeit (1961) auch nicht notwendig.)

Mit moderner Rechentechnik können große Datenmengen rationell erfaßt werden. Damit ergeben sich Möglichkeiten zur numerischen Beschreibung des Funktions- und Verschleißverhaltens an Scheibenbremsenreibpaarungen. Die nachfolgenden Ausführungen unterscheiden sich wesentlich von den in /12/ vorgenommenen Ansätzen, da sowohl Forderungen hinsichtlich der rechentechnischen Ausführung als auch Einflüsse der Reib- und Abstützkräfte berücksichtigt wurden.

Im Bild 2.4 ist zunächst das Prinzip der Einteilung der Belagreibfläche  $A_B$  in einzelne Flächenelemente  $A_1$  dargestellt. Entscheidend für die Wahl des Einteilungsprinzips ist, daß möglichst wenige Eingabekenngrößen für die Rechenprogramme notwendig sind. Da sich an Kfz-Scheibenbremsen nur symmetrisch gestaltete Belagreibflächen durchgesetzt haben, wird deshalb eine spiegelbildliche Einteilung vorgenommen, die neben der Reduzierung der Anzahl der Eingabekenngrößen auch eine Verringerung des Speicherplatzbedarfs zuläßt. Alle Kenngrößen, die für beide Symmetriehälften der Belagfläche nicht gleich sind, werden durch die Indizes l (linke Seite) und r (rechte Seite)

gekennzeichnet. Zur Beschreibung der Belagreibfläche sind folgende Eingabekenngrößen notwendig:

$r_a$  - Außenradius

$k$  - Anzahl der Belagsektoren ( $i = 1, \dots, k$ )

$l_1$  - Anzahl der Flächenelemente des Belagsektors 1  
( $j = 1, \dots, l_1$ )

$\Delta r_1$  - Stärke des Belagsektors 1

$\Delta \varphi_1$  - Breite des Flächenelementes  $A_1$

$w_1$  - Kenngröße zur Berücksichtigung der Nutbreite.

$$w_1 = 0,5 + \frac{\varphi_{N1}}{\varphi_1} \quad (\varphi_{N1} - \text{annähernder Öffnungswinkel der Nut zur x-Achse in Höhe des betreffenden Belagsektors 1}) \quad (2.2.7)$$

Damit lassen sich im Rechenprogramm die fehlenden geometrischen Beschreibungsgrößen

$r_{i1}$  - innerer Radius des Belagsektors 1,

$r_{Si}, |x_{ij}|, |y_{ij}|$  - Schwerpunktkoordinaten eines Flächenelementes und

$A_1$  - Fläche eines Flächenelements nach folgenden Gleichungen berechnen:

$$r_{ij} = r_{a1} - \Delta r_1 \quad (2.2.8)$$

$$r_{Si} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_{a1}^3 - r_{ij}^3}{r_{a1}^2 - r_{ij}^2} \cdot \frac{\sin \Delta \varphi_1}{\Delta \varphi_1 \cos\left(\frac{\Delta \varphi_1}{2}\right)} \quad (2.2.9)$$

$$A_j = \frac{\Delta \widehat{\varphi}_i}{2} (r_{a_i}^2 - r_{i_j}^2) \quad (2.2.10)$$

$$|x_{ij}| = r_{S_j} \cos[\Delta \widehat{\varphi}_i (j - w_i)] \quad (2.2.11)$$

$$|y_{ij}| = r_{S_j} \sin[\Delta \widehat{\varphi}_i (j - w_i)] \quad (2.2.12)$$

In den weiteren Untersuchungen werden die Schwerpunkte der Flächenelemente als Angriffspunkte der partiellen Reibkräfte festgelegt. Zwar müßten statt dessen die Schwerlinie in den Flächenelementen berechnet werden, der Unterschied zwischen Schwerpunkt und exakten Kraftangriffspunkt ist aber vernachlässigbar klein, wenn die Bremsbelagfläche in eine genügend große Anzahl von Flächenelementen eingeteilt wird.

Bei der Beschreibung der Flächenpressungsverteilung wird neben den im Abschnitt 2.2.1.1. vorgenommenen Vereinfachungen die sich auf einen Flächenelement aufbauende Flächenpressung (partiell) als gleich verteilt angesehen. Damit lassen sich die partiellen Flächenpressungen mit den folgenden Ebenengleichungen definieren:

$$P_{lij} = C_1 + C_2 |x_{ij}| + C_3 |y_{ij}| \text{ (linke Belagseite)} \quad (2.2.13)$$

$$P_{rij} = C_1 + C_2 |x_{ij}| - C_3 |y_{ij}| \text{ (rechte Belagseite)} \quad (2.2.14)$$

Dabei bleibt vorerst der Einfluß der Reib- und Abstützkräfte auf die Flächenpressungsverteilung unberücksichtigt. Multipliziert man die Ebenengleichungen mit den zugeordneten Inhalte der Flächenelemente  $A_i$ , dann ergeben sich die Gleichungen für die partiellen Normalkräfte:

$$F_{Nl_{ij}} = (C_1 + C_2 |x_{ij}| + C_3 |y_{ij}|) A_i \quad (2.2.15)$$

$$F_{Nr_{ij}} = (C_1 + C_2 |x_{ij}| - C_3 |y_{ij}|) A_i \quad (2.2.16)$$

Aus den Gleichungen 2.2.17 bis 2.2.24 in der Anlage 1 ergeben sich die Gleichungen der Kräfte- und Momentengleichgewichte in übersichtlicher Form:

$$\Sigma F_z = 0 = 2C_1 S_4 + 2C_2 S_2 - F_S \quad (2.2.25)$$

$$\Sigma M_x = 0 = 2C_3 S_1 - F_S a \quad (2.2.26)$$

$$\Sigma M_y = 0 = 2C_1 S_2 + 2C_2 S_3 - F_S b \quad (2.2.27)$$

Daraus lassen sich die folgenden Konstantengleichungen bilden:

$$C_1 = \frac{\frac{b}{S_3} - \frac{1}{S_2}}{\frac{S_2}{S_3} - \frac{S_4}{S_2}} \cdot \frac{F_S}{2} \quad (2.2.28)$$

$$C_2 = \frac{\frac{b}{S_2} - \frac{1}{S_4}}{\frac{S_3}{S_2} - \frac{S_2}{S_4}} \cdot \frac{F_S}{2} \quad (2.2.29)$$

$$C_3 = \frac{a}{S_1} \cdot \frac{F_S}{2} \quad (2.2.30)$$

Im Bild 2.5 ist der Einfluß der Reib- und Abstützkräfte auf die Flächenpressungsverteilung dargestellt. Da in der Literatur oft auf einen sogenannten Selbstverstärkungseffekt verwiesen wird (z.B. in /18/), wurde die Möglichkeit zur angenäherten Nachbildung dieser Erscheinung berücksichtigt. Geht man davon aus, daß die Abstützkräfte  $F_{A1}$  und  $F_{A2}$  und die daraus resultierenden Reibkräfte an den Hauptabstützstellen groß genug sind, so baut sich eine zusätzliche Flächenpressung  $\Delta p$  auf, die zum von der Zuspännkraft direkt erzeugten Flächenpressungsverlauf addiert wird. (Selbstverstärkung). Bei der Betrachtung werden die Kräfte an den Abstützstellen B1 und B2 vernachlässigt, da diese im Gegensatz zu den Hauptabstützkräften in A1 und A2 sehr gering sind (wie die Berechnungsbeispiele noch zeigen werden). Sollen die Reibkräfte an den Abstützstellen A1 und A2 vernachlässigt werden, so kann  $a_1 = 0$  gesetzt werden. Die Reib- und Hauptabstützkräfte führen dann zu einer Änderung der Flächenpressungsverteilung, aber nicht zu einem Selbstverstärkungseffekt (die mittlere Flächenpressung für die Gesamtbelagreiffläche bleibt konstant).

Die reib- und abstützkraftabhängigen Flächenpressungsanteile werden in den folgenden Gleichungen berücksichtigt:

$$\Delta p_{lij} = C_4 (a_1 - |y_{ij}|) \quad (2.2.31)$$

$$\Delta p_{rij} = C_4 (a_1 + |y_{ij}|) \quad (2.2.32)$$

$$\Delta F_{Nlij} = \Delta p_{lij} A_i \quad (2.2.33)$$

$$\Delta F_{Nrij} = \Delta p_{rij} A_i \quad (2.2.34)$$

Aus dem Momentengleichgewicht

$$\begin{aligned} \Sigma M_{1,2} &= F_{Ry} h_A - \sum_i \sum_j [\Delta F_{Nlij} (a_1 - |y_{ij}|) \\ &\quad + \Delta F_{Nrij} (a_1 + |y_{ij}|)] \\ &= F_{Ry} h_A - C_4 \sum_i A_i \sum_j [(a_1 - |y_{ij}|)^2 \\ &\quad + (a_1 + |y_{ij}|)^2] \quad (2.2.35) \end{aligned}$$

ergibt sich dann die Gleichung für die Konstante  $C_4$ :

$$C_4 = \frac{F_{Ry} h_A}{\sum_i A_i \sum_j (a_1^2 + |y_{ij}|^2) 2}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{F_{Ry} h_A}{2 \alpha_1^2 \sum_i A_i \sum_j 1 + 2 \sum_i A_i \sum_j |y_{ij}|^2} \\
 &= \frac{F_{Ry} h_A}{2 \alpha_1^2 S_4 + 2 S_1} \quad (2.2.36)
 \end{aligned}$$

Die Gesamtflächenpressungsgleichungen

$$P_{lijges} = P_{lij} + \Delta P_{lij} \quad (2.2.37)$$

$$P_{rijges} = P_{rij} + \Delta P_{rij} \quad (2.2.38)$$

lassen sich unter Berücksichtigung der Gleichungen

$$C_1 = C_5 \frac{F_S}{2} ; C_5 = \frac{\frac{b}{S_3} - \frac{1}{S_2}}{\frac{S_2}{S_3} - \frac{S_4}{S_2}} \quad (2.2.39)$$

$$C_2 = C_6 \frac{F_S}{2} ; C_6 = \frac{\frac{b}{S_2} - \frac{1}{S_4}}{\frac{S_3}{S_2} - \frac{S_2}{S_4}} \quad (2.2.40)$$

$$C_3 = C_7 \frac{F_S}{2} ; C_7 = \frac{a}{S_1} \quad (2.2.41)$$

$$C_4 = C_8 F_{Ry} ; C_8 = \frac{h_A}{2 a_1^2 S_4 + 2 S_1} \quad (2.2.42)$$

explizit abhängig von der Zuspannkraft und der Reibkraftkomponente  $F_{Ry}$  in folgender Form darstellen:

$$P_{lijges} = (C_5 + C_6 |x_{ij}| + C_7 |y_{ij}|) \frac{F_S}{2} + C_8 (a_1 - |y_{ij}|) F_{Ry} \quad (2.2.43)$$

$$P_{rijges} = (C_5 + C_6 |x_{ij}| - C_7 |y_{ij}|) \frac{F_S}{2} + C_8 (a_1 + |y_{ij}|) F_{Ry} \quad (2.2.44)$$